



Matière : Mathématiques
Niveau : 3APIC

Durée : 2 H

NB : - L'utilisation de la calculatrice n'est pas autorisée
Il sera tenu compte du soin apporté à la présentation de la copie et de la qualité de la

Barème	Eléments du sujet
	<p>Exercice 1 : 6.5 points Les questions 1) , 2) , 3) et 4) sont indépendantes :</p> <p>1) a) On considère les expressions numériques suivantes :</p> $A = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}; \quad B = 3\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 12\sqrt{7}; \quad C = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ <p>0.75x3 Montrer que : $A = \frac{29}{7}; B = 0; C = 4$</p>
0.75x2	<p>2) On considère : $E = (2\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$ et $F = (2\sqrt{3} - \sqrt{7})^2$</p> <p>a) Montrer que : $E = 19 + 4\sqrt{21}$ et $F = 19 - 4\sqrt{21}$</p>
0.75	<p>b) On pose $X = \sqrt{19 + 4\sqrt{21}}$ et $Y = \sqrt{19 - 4\sqrt{21}}$ Montrer que : $X - Y = 2\sqrt{7}$</p>
1	<p>3) En remarquant que $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$, montrer que : $(1 - \sin 20^\circ)(1 + \cos 70^\circ) + \sin^2 20^\circ = 1$</p>
1	<p>4) Soit α la mesure d'un angle aigu non nul Montrer que : $\frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \sin^3 \alpha} = \tan \alpha$</p>
	<p>Exercice 2 : 2 points Soit x un nombre réel quelconque On pose : $G(x) = x^2 - 2 - \sqrt{2}(x - \sqrt{2})$ et $H(x) = (x + \sqrt{2})^2 - 2$</p>
1	1) Factoriser $G(x)$
0.5	2) Développer et réduire $H(x)$
0.5	3) Vérifier que si $x = \sqrt{2}$ alors $H(x) + G(x) = 6$
	<p>Exercice 3 : 3.5 points</p>
0.5	1) a) Comparer $5\sqrt{3}$ et $6\sqrt{2}$
1	b) En déduire la comparaison de $\frac{1}{3-6\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{3-5\sqrt{3}}$
	2) Soit x et y deux nombres réels tel que :
	$-3 \leq x \leq -2$ et $\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{y+1}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$; - (avec $y+1 > 0$)
1	a) Montrer que $1 \leq y \leq 2$
1	b) Donner un encadrement de xy et de $\frac{x^2}{y}$

Exercice 4 : 4 points

ABC un triangle tel que : $AB = 4\text{cm}$; $AC = 2\text{cm}$ et $BC = 2\sqrt{5}\text{ cm}$

1) Montrer que ABC est un triangle rectangle puis construire la figure

2) M un point tel que : $A \in [MC]$ et $AM = 4\text{cm}$

N un point tel que : $A \in [BN]$ et $AN = 8\text{cm}$

a) Montrer que : $MN = 4\sqrt{5}$

b) Montrer que : $(MN) \parallel (BC)$

3) I un point du segment $[AM]$ tel que $AI = 3\text{cm}$

La droite passant par I et qui est parallèle à la droite (MN) coupe le segment $[AN]$ en J.

Calculer la distance JN

Exercice 5 : 4 points

Soit (\mathcal{C}) un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$. C un point du cercle (\mathcal{C}) tel que $BAC = 30^\circ$

La droite passant par C et qui est perpendiculaire à (AB) coupe le segment $[AB]$ en un point E et le cercle (\mathcal{C}) en un point F.

1) Construire la figure

2) Déterminer la mesure de l'angle BOC . Justifier

3) a) Montrer que $BFC = 30^\circ$.

b) En déduire la mesure de l'angle EBF

4) Montrer que les triangles ABC et BEF sont semblables

5) Montrer que les triangles BEC et BEF sont isométriques
